第9講　正規分布

PART1　連続分布

要点① 連続型確率変数と連続分布

あるものの個数やあることがらが起こった回数のように，とびとびの値をとる確率変数を「離散型確率変数」という。これに対して，重さ，長さ，時間のように連続的な値をとる確率変数を「　　　　　　　」という。

長さ (cm)	相対度数
9.1 以上 9.3 未満	0.02
9.3 ～ 9.5	0.03
9.5 ～ 9.7	0.09
9.7 ～ 9.9	0.18
9.9 ～ 10.1	0.30
10.1 ～ 10.3	0.20
10.3 ～ 10.5	0.14
10.5 ～ 10.7	0.03
10.7 ～ 10.9	0.01
計	1.00

右の表は，紙テープを目分量で10cmの長さになるように切り，切り取られたテープの実際の長さを測定することを100回繰り返した結果を，相対度数で表したものである。

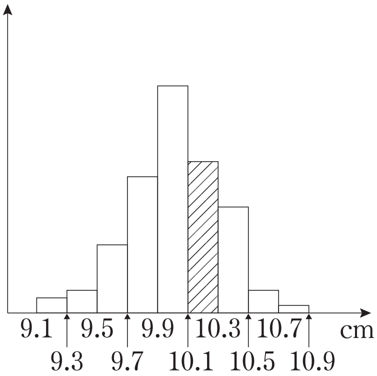
実際の長さを Xcm とすると，表より

$$10.3 \leqq X < 10.5$$

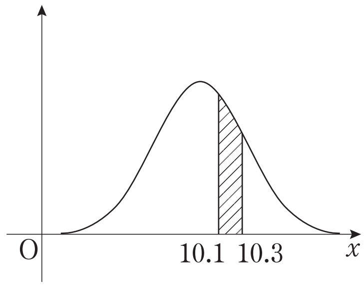
で表される階級の相対度数が　　　であることから，X が

$$10.3 \leqq X < 10.5$$

の階級に属する　　　が0.14であると考えることができる。このように，各階級の相対度数を，X が各階級に属する確率と考えると，X は各階級に属する確率が定まる確率変数と考えられ，その確率分布は，右のような相対度数の分布の表になる。

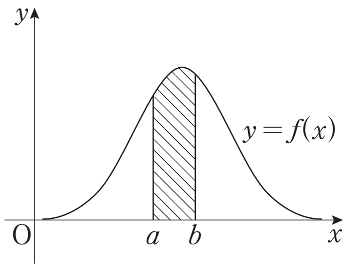


右のグラフは，上の測定で得られたデータを用いて，各階級に対応する柱状部(長方形)の　　　が，その階級の相対度数と等しくなるように縦軸の目盛りをとったヒストグラムである。例えば，X が10.1cm以上10.3cm未満の値をとる確率は，右の図の斜線部分の面積に等しく，　　　である。また，これらの長方形の面積の和は　である。



測定する個数を増やし，さらに階級の幅を小さくすると，ヒストグラムの形は1つの曲線に近づいていく。右の図において，曲線と2直線 $x=10.1$，$x=10.3$ および x 軸で囲まれた部分の面積は0.20となり，この面積が X が10.1cm以上10.3cm未満の値をとる確率を表す。

一般に, 連続型確率変数 X に 1 つの関数 $y=f(x)$ が対応し, $a \leqq X \leqq b$ となる確率が右の図の斜線部分の面積に等しいとき, 関数 $f(x)$ を X の「　　　　　　」といい, $y=f(x)$ のグラフを X の「　　　　　」という。



確率密度関数 $f(x)$ の性質は以下

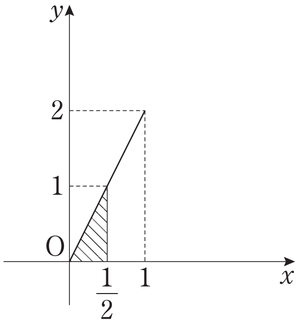
[1] 常に $f(x) \geqq 0$

[2] $P(a \leqq X \leqq b)=\int_a^b f(x)dx$

[3] Xのとりうる値の範囲が $\alpha \leqq X \leqq \beta$ のとき $\int_\alpha^\beta f(x)dx=1$

例 確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=2x$ $(0 \leqq x \leqq 1)$で与えられているとき

$$P\left(0 \leqq X \leqq \frac{1}{2}\right)= \qquad\qquad =\frac{1}{4}$$



1 確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\dfrac{1}{2}x\,(0\leqq x\leqq 2)$ で与えられているとき，次の確率を求めよ。

(1)　$P(0.3\leqq X\leqq 0.7)$　　　(2)　$P(0\leqq X\leqq 2)$

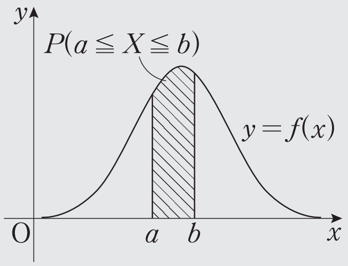
Point Pickup

確率密度関数と確率

連続型確率変数 X の確率密度関数を $f(x)$ とすると

$$P(a\leqq X\leqq b)=\int_a^b f(x)dx$$

$$=\left(\begin{array}{l}\text{曲線 } y=f(x) \text{ と } x \text{ 軸および 2 直線}\\ x=a,\ x=b \text{ で囲まれた部分の面積}\end{array}\right)$$



X のとりうる値の範囲が $\alpha\leqq X\leqq\beta$ のとき $\displaystyle\int_\alpha^\beta f(x)dx=1$ である。

第 9 講　PART1 確認問題

1　確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\frac{1}{18}x\ (0 \leqq x \leqq 6)$ で与えられているとき，次の確率を求めよ。

(1)　$P(1 \leqq X \leqq 5)=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$

(2)　$P(0 \leqq X \leqq 6)=\boxed{ウ}$

第 9 講　正規分布

PART1　連続分布

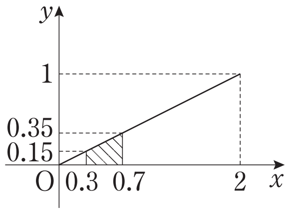
1　確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\frac{1}{2}x\,(0\leqq x\leqq 2)$ で与えられているとき，次の確率を求めよ。

(1)　$P(0.3\leqq X\leqq 0.7)$　　(2)　$P(0\leqq X\leqq 2)$

[解答]

(1)　$P(0.3\leqq X\leqq 0.7)=\frac{1}{2}\cdot(0.15+0.35)\cdot 0.4=0.1$

(2)　$P(0\leqq X\leqq 2)=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1=1$



第 9 講　PART1 確認問題 解答

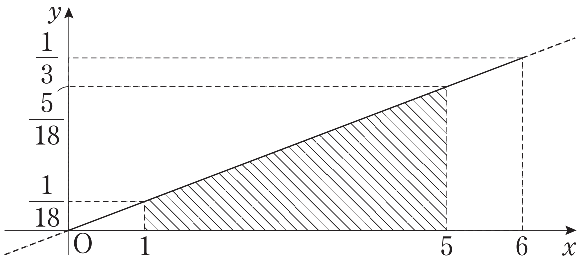
1

(1)　**[正解]** ア：2，イ：3

[解説]

$$P(1 \leqq X \leqq 5) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{18}+\frac{5}{18}\right)\cdot 4 \quad \text{[A]}$$

$$= \frac{12}{18} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$



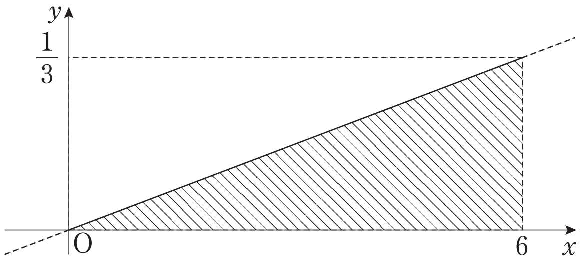
[A]　連続型確率変数 X の確率密度関数を $f(x)$ とすると，$P(a \leqq X \leqq b)$ は曲線 $y=f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x=a$，$x=b$ で囲まれた部分の面積を表す。

$$P(a \leqq X \leqq b) = \int_a^b f(x)dx$$

(2)　**[正解]** ウ：1

[解説]

$$P(0 \leqq X \leqq 6) = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot\frac{1}{3} = \mathbf{1} \quad \text{[B]}$$



[B]　X のとりうる値の範囲が $\alpha \leqq X \leqq \beta$ のとき

$$P(\alpha \leqq X \leqq \beta) = \int_\alpha^\beta f(x)dx = 1$$